

INSPECTORATUL ȘCOLAR AL JUDEȚULUI OLT

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

Etapa locală

13.01.2010

CLASA a IX –a

1. Dacă $a, b \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}^*$ și dacă ecuația $x^2 + ax + b + n = 0$ are rădăcini întregi, atunci $na^2 + b^2$ este număr natural compus.

Dr. Dorin Mărghidanu ; Coleg. Naț „A.I.Cuza” Corabia

2. Dacă $x, y, z > 0$, atunci :

$$\frac{zy}{\sqrt{(x^2 + y^2)(x^2 + z^2)}} + \frac{zx}{\sqrt{(y^2 + z^2)(y^2 + x^2)}} + \frac{xy}{\sqrt{(z^2 + x^2)(z^2 + y^2)}} \leq \frac{3}{2}$$

Constantin Caragea c.d.p.

3. a) Să se determine elementele mulțimii

$$A = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid x = \frac{6k^2 + 2}{2k + 5}; k \in \mathbb{Z} \right\}$$

- b) Determinați card B știind că avem : $\text{card } P(B) + \text{card } P(A) = 32$

Prof. Netu George ; Lic. Teoretic “T. Vladimirescu”
Drăgănești – Olt

4. Să se arate că dacă paralelogramele ABCX și DEFX au un vârf comun X, atunci triunghiurile ACE și BDF au același centru de greutate.

c.d.p.

Notă :

Toate subiectele sunt obligatorii . Timpul de lucru efectiv este de 3 (trei) ore.
Fiecare subiect este notat de la 0 la 7. Nu se acordă puncte din oficiu.

INSPECTORATUL ȘCOLAR AL JUDEȚULUI OLT

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

Etapa locală

13.01.2010

CLASA a X –a

1. Să se demonstreze că ecuația $\left(\sqrt{\sqrt{7}+\sqrt{2}}\right)^x + \left(\sqrt{\sqrt{7}-\sqrt{2}}\right)^x = 2\sqrt{7}$ are o singură soluție reală pe $(0, +\infty)$.

Mircea Popescu – CN Ion Minulescu – Slatina

2. Să se compare numerele $x = \log_5 6 + \log_6 5$ și $y = \log_6 7 + \log_7 6$.

Emil Ciolan , Slatina

3. Fie z un număr complex nenul. Arătați că numărul $\frac{z}{|z|} + \frac{|z|}{z}$ este real și să se deducă de aici că există $a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât $z^2 = az + b$.

c.d.p.

4. Să se calculeze suma

$$S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{\cos x - \cos(2k+1)x}$$

c.d.p.

Notă :

Toate subiectele sunt obligatorii . Timpul de lucru efectiv este de 3 (trei) ore.
Fiecare subiect este notat de la 0 la 7. Nu se acordă puncte din oficiu.

INSPECTORATUL ȘCOLAR AL JUDEȚULUI OLT

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

Etapa locală

13.01.2010

CLASA a XI –a

1. Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ și $M = \{ A^n \mid n \in \mathbb{N}^* \}$

Rezolvați ecuația $X \left(\sum_{i=1}^{mn} A^i - A^{-1} \right) = A^{2010}$, unde $m = \text{card}(M)$, $n \in \mathbb{N}^*$, A^{-1} - inversa matricei A

Prof. Elena Pîrnog, Colegiul Tehnic „Ion Mincu” Slatina, Olt

2. Fie $A, B \in M_n(\mathbb{R})$, astfel încât $A^3 B = A^3 - B$. Să se arate $AB = BA$.

Prof. Florin Nicolaescu; Balș – Olt

3. Fie șirul $(x_n)_{n \geq 1}$, dat prin $x_1 = \frac{1}{4}$ și $x_{n+1} = 4x_n^3$, $\forall n \geq 1$. Fie $y_n = 4x_n^2 + 2x_n + 1$; $\forall n \geq 1$.

Calculați $\lim_{n \rightarrow \infty} (y_1 y_2 \dots y_n)$.

Prof. Vișan Dumitru

4. Să se calculeze :

$$L = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt[8]{x^8 + x^7 + 1} - \sqrt[9]{x^9 - x^8 + 1} \right)$$

c.d.p.

Notă :

Toate subiectele sunt obligatorii . Timpul de lucru efectiv este de 3 (trei) ore.

Fiecare subiect este notat de la 0 la 7. Nu se acordă puncte din oficiu.

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

Etapa locală

13.01.2010

CLASA a XII –a

1. Fie (G, \circ) un grup și

$$A = \{ f : G \rightarrow G \mid f(x \circ y) = x \circ f(f(y)) \} ; x, y \in G.$$

Să se determine cardinalul mulțimii A.

Prof. Florin Nicolaescu , Balș.

- 2 Să se demonstreze că într-un grup G , următoarele afirmații sunt echivalente :

a) Orice parte stabilă față de operația grupului este subgrup al lui G.

b) Orice element din G are ordin finit.

c.d.p.

3. Fie $a > 1$. Să se calculeze $\int_1^{a^2} \frac{\ln x}{\sqrt{x}(x+a)} dx$.

Prof. Vișan Dumitru

4. Se dă $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\arctg x} \ln(1+tg^2 t) dt$. Să se afle $f'(x)$ și $\int_0^1 f(x) dx$

c.d.p.

Notă :

Toate subiectele sunt obligatorii . Timpul de lucru efectiv este de 3 (trei) ore.

Fiecare subiect este notat de la 0 la 7. Nu se acordă puncte din oficiu.